Índice

- Recursos operativos.....5
- Números racionales I.....11
- Números racionales II.....19
- Sistema internacional de unidades.....27
- Teoría de conjuntos I.....35
- Teoría de conjuntos II.....44
- Relaciones binarias.....53
- Numeración I.....61
- Numeración II.....70
- Adición.....78
- Sustracción.....87
- Multiplicación.....96
- División.....103
- Divisibilidad.....112
- Criterios de divisibilidad.....121
- Clasificación de los números enteros positivos I.....128
- Clasificación de los números enteros positivos II.....136
- Máximo común divisor.....144
- Mínimo común múltiplo.....151
- Potenciación en N.....159
- Radicación en N.....167
- Estadística.....175
- Análisis combinatario..... 185
- Probabilidad.....194

RECURSOS OPERATIVOS

CAPÍTULO 1

MATEMÁTICA

Aprendizajes esperados

- Aplica los métodos abreviados de multiplicación.
- Descompone en factores a los números enteros.

Helicocuriosidades

"Adivinar la fecha de nacimiento"

Supongamos que Ud. nació en 18 de mayo y que ahora tiene o tendrá 23 años. A saber: se le pide que multiplique el número de orden del mes (mayo, 5.º mes), por 100; que agrege al producto el día del mes (18); que duplique la suma, al resultado le añada 8, el número obtenido lo multiplique por 5, al producto le agregue 4, multiplique el resultado por 10, le sume 4, y al número obtenido le agregue vuestra edad (23).

Cuando haya realizado todo lo anterior, al resultado de las operaciones, resto de él 444 y la diferencia la distribuyo en grupos de derecha a izquierda, conforme a dos cifras en cada uno: obtenemos simultáneamente tanto el día y el mes de nacimiento y la edad.

En efecto, al realizar las operaciones obtenemos 52 267, efectuando la resta (52 267 – 444), obtenemos el número 51 823.

Ahora, dividamos este número en grupos de dos cifras de derecha a izquierda

5 - 18 - 23

Es decir, 5.º mes (mayo); número del día, 18; edad, 23 años.

1. ¿Por qué obtuvimos este resultado?

_____

_____

2. Averigüe la fecha de nacimiento de su compañero de carpeta, utilizando el método de la lectura.

_____

_____

Helicoteoría

Recursos Operativos

Nos ayuda a realizar el calculo de dividir y de descomponer en factores un número.

Método de dividir (forma práctica)

Veamos el siguiente ejemplo:

- Quinta $3472\overset{2}{0}35$
  6 94 4
- Quinta $34720\overset{3}{3}5$
  69440
- Quinta $34720\overset{3}{3}5$
  69440 7

Como podrás observar es muy fácil poder obtener la mitad, la tercia, quinta, etc., de un número. Solo necesitas practicar un poco y luego serás más rápido.

Descomposición de un número en factores

Podemos expresar a un número como una multiplicación de otros números.

Ejemplo

$$42 = 21 \times 2$$

$$42 = 6 \times 7$$

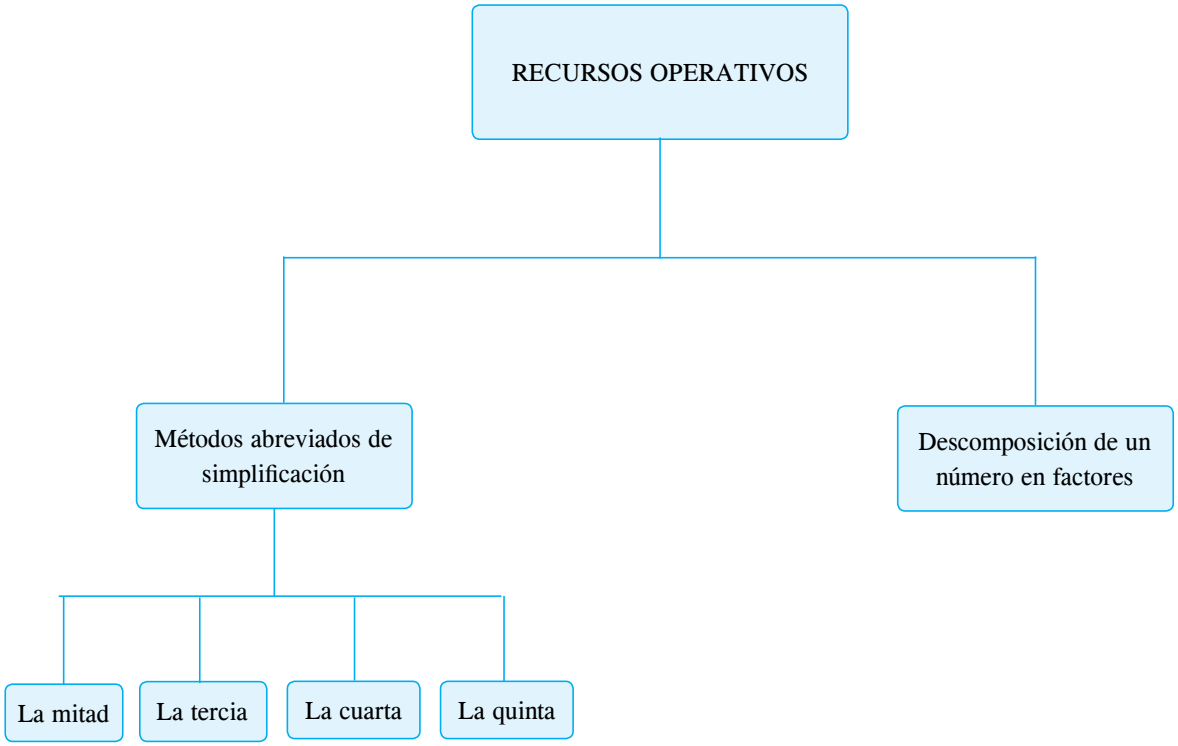
$$42 = 14 \times 3$$

Para poder hacer esto, nos ayudaremos de la descomposición canónica que será más fácil con lo que aprendimos anteriormente (mitad, tercia, quinta).

Ejemplo

42	2	Combinando 2, 3 y 7 obtenemos
21	3	
7	7	$2\times(3\times7)$, $(2\times3)\times7$, $3\times(2\times7)$
1		2×21, 6×7, 3×14

Helicosíntesis



Problemas resueltos

1. Calcule la mitad de 728 406, la tercia de 94 104 e indique la suma de los resultados.

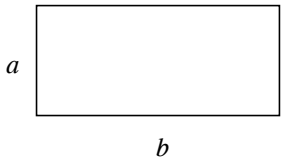
Resolución

1.º		728 406
	Mitad	364 203
2.º		94 104
	Tercia	31 368
	Nos piden	364 203 +
		31 368
		395 571

Rpta.: 395 571

2. ¿Cuántos rectángulos diferentes existen de lados enteros y de área igual a 48 u^2?

Resolución



$\rightarrow ab = 48$

a y $b \in \mathbb{Z}$

$$\left.\begin{array}{l} 1\times 48 \\ 2\times 24 \\ 3\times 16 \\ 4\times 12 \\ 6\times 8 \end{array}\right\} \text{5 rectángulos}$$

Rpta.: 5

3. Si $m(m+1)(m+2) = 336$, calcule m^2. ($m \in \mathbb{Z}$)

Resolución

m, $m+1$ y $m+2$ son enteros consecutivos.

$$\begin{array}{r|l} 336 & 2 \\ 168 & 2 \\ 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \end{array} \quad \left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right\} 8 \quad \left.\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right\} 6$$

$\rightarrow m(m+1)(m+2) = 6\times 7\times 8$

$m = 6$

$\therefore\ m^2 = 6^2 = 36$

Rpta.: 36

4. Si $x(x+2)(x+3) = 432$, calcule $\dfrac{x+4}{2}$ para $x \in \mathbb{N}$.

Resolución

$$\begin{array}{r|l} 432 & 2 \\ 216 & 2 \\ 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right\} 8 \quad \left.\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right\} 6 \quad \left.\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right\} 9$$

$x(x+2)(x+3) = 432$

$6\times 8\times 9 = 432$

$x = 6$

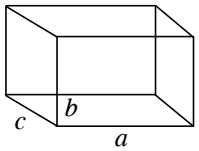
$\dfrac{6+4}{2} = 5$

Rpta.: 5

5. ¿Cuántos ladrillos pueden tener 24 u^3 de volumen, de dimensiones enteros diferentes y diferentes de 1?

Resolución

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 3 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$



$a \quad b \quad c = 24$

$\downarrow \ \downarrow \ \downarrow$

$2\times 4\times 3$

Rpta.: 1

Desarrollo en clase

Nivel I

1. Sylvia y sus dos hermanos se deben repartir 1011 000 soles y deciden repartirse en partes iguales. Si Sylvia gasta en comprarse un auto la quinta parte de lo que recibe. ¿Cuánto dinero le queda a Sylvia?

Resolución

2. El señor Carlos tiene en el banco sus ahorros que ascienden a 23 004 dólares, retiró la cuarta parte de sus ahorros. ¿Cuántos dólares le quedan en el banco? Dar como respuesta la cifra de mayor orden.

Resolución

Nivel II

3. En la carrera de autos Caminos del Inca, Mikhail debe recorrer 62 805 metros, los 3 primeros días recorre la quinta parte del recorrido y los 2 días siguientes recorre la tercera parte de todo el recorrido. ¿Cuánto le falta por recorrer?

Resolución

4. ¿Cuántos rectángulos cuya área es 100 u^2 y cuyos lados son números enteros, existen?

Resolución

5. ¿Cuántos ladrillos diferentes pueden tener 60 u^3 de volumen, dimensiones diferentes y mayores a 1?

Resolución

6. Si $x(x-2) = 48$, ¿de cuántas formas se puede expresar $\overline{7x}$ como producto de dos factores enteros positivos y diferentes?

Resolución

Nivel III

7. Si $(x-1)(x+1) = 288$, ¿cuántas parejas de números enteros positivos multiplicados resultan $x + 1$?

Resolución

8. Si a es par y b es impar, calcule $a + b$ sabiendo que $ab = 136$.

Resolución

Sigo prácticando

1. Si $a^2b(b+1)=300$, calcule $a+b$ sabiendo que $a>b$.

A) 7 B) 3 C) 11
D) 12 E) 8

2. Joel dice que una computadora cuesta la tercera parte de 2922 soles. ¿Cuánto cuesta la computadora?

A) S/974 B) S/976 C) S/973
D) S/874 E) S/1204

3. Jaime tiene un sueldo que es la cuarta parte de 24 328 soles. ¿Cuánto es el sueldo de Jaime?

A) S/6030 B) S/6082 C) S/2100
D) S/6083 E) S/6084

4. Pamela tiene x billetes de $(x+2)$ soles. Si en total tiene 120 soles, ¿cuántos billetes tiene?

A) 10 B) 12 C) 15
D) 13 E) 11

5. Si $3a(b^2+11)=705$, calcule $a+b$ sabiendo que $a<b$.

A) 10 B) 6 C) 11
D) 13 E) 15

6. ¿Cuántos rectángulos cuya área es 36 m^2 y cuyos lados son números enteros, existen?

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

Si $a(a+1)(a+2)=990$, calcule $\sqrt{a+7}$.

A) 4 B) 5 C) 6
D) 10 E) 1

Exigimos más

Nivel I

1. Jack compra una casa que cuesta la tercera parte de 45 321 soles. ¿Cuántos soles pagó por la casa?

A) 11 502 B) 15 107 C) 12 521
D) 16 760 E) 15 358

2. Javier, Miguel y Carlos son tres hermanos que desean comprarse un auto que cuesta 36 582 soles por eso deciden que cada uno pongan cantidades iguales. ¿Cuánto debe pagar cada uno de los hermanos?

A) S/18 634 B) S/15 620 C) S/12 194
D) S/12 184 E) S/12 914

3. La cancha de básquet del colegio es de 180 m^2. Si su largo es $x+3$ y su ancho es x, ¿cuánto será su nueva área si su largo se aumenta 3 metros y su ancho aumenta 2 metros?

A) 250 m^2 B) 350 m^2 C) 252 m^2
D) 300 m^2 E) 255 m^2

4. Marcelo tiene ahorrado en el banco 32 580 soles, pero tiene que comprar un televisor y un equipo de sonido que en total cuesta 3529 soles, por eso retira del banco la sexta parte de sus ahorros. Después de comprar dichos artefactos, ¿cuántos soles le sobró?

A) 1900 B) 1903 C) 1901
D) 1801 E) 1902

Nivel II

5. Si $ab = 24$, halle el mínimo valor de $a+b$.

A) 10 B) 11 C) 12
D) 16 E) 6

6. Si $x(x+1) = 132$, calcule x^2.

A) 156 B) 121 C) 144
D) 169 E) 100

7. ¿Cuántos rectángulos cuya área es 60 m^2 y cuyos lados son números enteros, existen?

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 4

8. ¿Cuántos ladrillos diferentes pueden tener 80 u^3 de volumen, dimensiones diferentes y mayores a 1?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Nivel III

9. Si $x(x+2) = 120$, halle el valor de x.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 10

10. Si $(a^2+1)(a^2+2)(a^2+3) = 210$, halle el valor de a.

A) 5 B) 1 C) 3
D) 2 E) 4

NÚMEROS RACIONALES I

CAPÍTULO 2

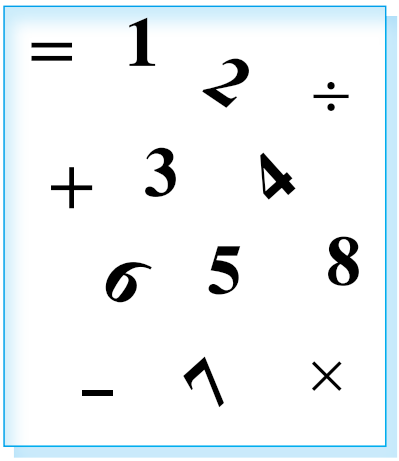
MATEMÁTICA

Aprendizajes esperados

- Define un número racional en la ampliación de los números enteros.
- Resuelve problemas de fracciones haciendo uno de su clasificación.

Helicocuriosidades

¡Veamos!



Cuando estudiamos el **conjunto de los número naturales (ℕ),** vimos la necesidad de extender dicho conjunto a otro más amplio, que nos permita desarrollar la operación de sustracción, dicho conjuntos se llama el **conjunto de los números enteros (ℤ).**

Pero aún ahora, se nos presenta otra dificultad, al tratar de efectuar ciertas divisiones de números enteros observamos que estas no se pueden efectuar, en consecuencia: no todas las divisiones se pueden efectuar en ℤ.

Veamos algunos ejemplos

$$36 \div 4 = 9, \text{ porque } 4 \times 9 = 36$$

$$+28 \div -7 = -4, \text{ porque } (-7)(-4) = +28$$

$$(-15) \div +2 = ?, \ldots \text{¿Qué ocurre ahora?}$$

Como verás **no existe** en el conjunto de los **números enteros (ℤ)** un número que multiplicado por $(+2)$ dé como resultado (-15).

Ante esta situación, surge la necesidad de ampliar el conjunto de los números enteros (ℤ), a otro que en adelante llamaremos el **conjunto de los números racionales** que lo reconoceremos con la letra (ℚ) y que emplea símbolos o numerales llamados fracciones.

Helicoteoría

Números racionales ($\mathbb{Q}$)

El conjunto de los números racionales está conformado por todos los elementos de la forma $\frac{a}{b}$, donde $a \in \mathbb{Z}$ y $b \in \mathbb{Z} - \{0\}$.

Ejemplos

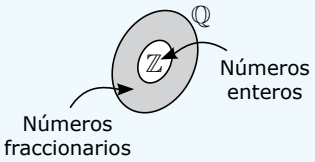
En general $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} / a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{Z} - \{0\} \right\}$

$$\Rightarrow \frac{1}{-7}; \frac{-3}{5}; \frac{-2}{-7}; \frac{2}{1}; \frac{7}{3}; \frac{18}{6}$$

donde a es numerador y b denominador.

Observación

Gráficamente



Números fraccionarios

Son aquellos números racionales $\frac{a}{b}$ que no son enteros.

$$\boxed{\frac{a}{b} \notin \mathbb{Z}}$$

Ejemplo

$$\underbrace{-\frac{14}{2}; \frac{8}{-4}; \frac{6}{3},}_{\text{No son números fraccionarios}} \quad \underbrace{\frac{-2}{3}; \frac{-5}{7}; \frac{-7}{-14}; \frac{-6}{8}; \frac{4}{16}; \ldots}_{\text{Números fraccionarios}}$$

Fracción (*f*)

Son aquellos números fraccionarios $\frac{a}{b}$, donde a y b son positivos, a no es divisible entre b.

Ejemplo

$$\underbrace{\frac{-3}{-2}; \frac{5}{-3}; \frac{12}{-7}}_{\text{No son fracciones}} \quad \underbrace{\frac{16}{6}; \frac{3}{5}; \frac{8}{9}; \frac{16}{18}; \frac{15}{30}}_{\text{Son fracciones}}$$

Forma general

Sea la fracción

$$f = \frac{N}{D};\ N \in \mathbb{Z}^+;\ D \in \mathbb{Z}^+ \wedge N \neq \overset{\circ}{D};$$

Y se cumple lo siguiente

N: Numerador

D: Denominador

Además N y D son términos de la fracción

Representación de una fracción

Ejemplo

¿Qué significa la fracción $\frac{3}{5}$?

$\Rightarrow \frac{3}{5}$

- El denominador indica en cuantas partes se divide el todo (unidad de referencias).
- El numerador representa las partes del todo que se forman o que se consideran.

Nota

El número $\frac{27}{9}$ no es fraccionario porque si efectuamos la división resulta exactamente 3 y $3 \in \mathbb{Z}$.

Clasificación

I. Comparando una fracción respecto a la unidad

A) Fracción propia

$$\boxed{f = \frac{a}{b} < 1 \leftrightarrow a < b}$$

Ejemplo

$$\frac{2}{5}; \frac{3}{12}; \frac{14}{21}; \frac{7}{14}; \ldots$$

B) Fracción impropia

$$\boxed{f=\frac{a}{b}>1 \leftrightarrow a>b}$$

Ejemplo

$$\frac{3}{2};\frac{7}{5};\frac{15}{8};\frac{79}{20};\ldots$$

II. Comparando los términos de una fracción

A) Fracción reductible

$$\boxed{f=\frac{a}{b} \text{ será reductible} \leftrightarrow a\wedge b \text{ no son PESI}}$$

Ejemplo

$$\frac{2}{8};\frac{7}{14};\frac{16}{24};\frac{18}{38};\frac{70}{20};\frac{100}{200};\frac{240}{320};\frac{1080}{370};\ldots$$

B) Fracción irreductible

$$\boxed{f=\frac{a}{b} \text{ será irreductible} \leftrightarrow a\wedge b \text{ son PESI}}$$

Ejemplo

$$\frac{5}{2};\frac{7}{8};\frac{9}{13};\frac{7}{27};\frac{15}{31};\frac{37}{29};\frac{111}{98};\frac{100}{91};\ldots$$

Observación

Toda fracción impropia se puede expresar como un **número mixto.**

$$\frac{15}{2}=7\frac{1}{2} \leftrightarrow \begin{array}{r|l} 15 & 2 \\ \hline 1 & 7 \end{array}$$

III. Comparando fracciones por grupos

A) Fracciones homogéneas: Dado un grupo de dos más fracciones se dirán que son homogéneas cuando todas presenten igual denominador.

Ejemplos

- $\frac{3}{5}$ y $\frac{2}{5}$
- $\frac{7}{12};\frac{8}{12}$ y $\frac{6}{12}$
- $\frac{3}{16};\frac{18}{16};\frac{8}{16}$ y $\frac{6}{16}$

B) Fracciones heterogéneas: Dado un grupo de dos o más fracciones se dirán que son heterogéneas cuando al menos un denominador sea diferente a los otros.

Ejemplos

- $\frac{3}{8}$ y $\frac{2}{5}$
- $\frac{8}{6};\frac{5}{7}$ y $\frac{5}{7}$
- $\frac{7}{12};\frac{5}{6};\frac{7}{6};\frac{3}{9}$ y $\frac{12}{8}$

Fracción equivalente (f_e)

$$\boxed{\text{Si } f=\frac{a}{b}\rightarrow f_e=\frac{ak}{bk},\ k\in\mathbb{Z}-\{0\}}$$

Ejemplos

$$\frac{2}{5}\overset{\times 2}{=}\frac{4}{10} \qquad \frac{3}{4}\overset{\times 5}{=}\frac{15}{20} \qquad \frac{7}{11}\overset{\times 10}{=}\frac{70}{110}$$

Recuerda

- $\frac{1}{8}+\frac{7}{8}=\frac{1+7}{8}$
- $\frac{7}{5}-\frac{1}{5}=\frac{6}{5}$
- $\frac{2}{5}+\frac{1}{3}=\frac{2\times 3+5\times 1}{5\times 3}=\frac{11}{15}$
- $\frac{7}{5}-\frac{7}{9}=\frac{9\times 7-5\times 7}{5\times 9}=\frac{28}{45}$
- $\frac{3}{5}+\frac{1}{6}+\frac{2}{3}=\frac{3\times 6+1\times 5+2\times 10}{30}=\frac{43}{30}$

MCM(5, 6, 3) = 30

- $\frac{2}{5}\times\frac{7}{3}=\frac{2\times 7}{5\times 3}=\frac{14}{15}$
- $\frac{7}{5}\div\frac{4}{3}=\left(\frac{7}{5}\cdot\frac{3}{4}\right)=\frac{7\times 3}{5\times 4}=\frac{21}{20}$

También

- $\frac{7}{5}\div\frac{4}{3}=\frac{7}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{7\times 3}{5\times 4}=\frac{21}{20}$

Helicosíntesis

FRACCIÓN

clasificación

- **Comparando una fracción respecto a la unidad**
  - Fracción propia
    Ejemplo
    $\frac{2}{5}; \frac{3}{12}; \frac{7}{14}; \ldots$
  - Fracción impropia
    Ejemplo
    $\frac{3}{2}; \frac{7}{5}; \frac{15}{8}; \ldots$
- **Comparando los términos de una fracción**
  - Fracción reductible
    Ejemplo
    $\frac{2}{8}; \frac{16}{24}; \frac{70}{20}; \ldots$
  - Fracción irreductible
    Ejemplo
    $\frac{5}{2}; \frac{7}{8}; \frac{111}{98}; \ldots$
- **Comparando una fracción por grupos**
  - Fracciones homogéneas
    Ejemplo
    $\frac{7}{12}; \frac{5}{12}; \frac{20}{12}; \ldots$
  - Fracciones heterogéneas
    Ejemplo
    $\frac{7}{12}; \frac{5}{6}; \frac{3}{9}; \ldots$

Problemas resueltos

1. Halle una fracción irreductible positiva, cuya fracción al ser dividida por su inversa resulta $\frac{16}{25}$.

Resolución

Sea f la fracción

$$f \div \frac{1}{f} = \frac{16}{25} \rightarrow f^2 = \frac{16}{25} \rightarrow f = \frac{4}{5}$$

Rpta.: $\frac{4}{5}$

2. Julio tiene S/ 560 y gasta los $\frac{3}{8}$ de S/ 64, luego gasta de S/100. ¿Cuánto le queda?

Resolución

Gasta	Le queda
	S/ 560 –
$\frac{3}{8} \times 64 = S/24$	S/ 164
	S/ 396
$\frac{7}{5} \times 100 = S/140$	

Rpta.: S/ 396

3. ¿Cuántas fracciones irreductibles cuyo denominador es 6, hay entre 0 y 1?

Resolución

$$0 < \frac{N}{6} < 1$$
$$0 < N < 6$$

$\frac{N}{6}; \frac{1}{6}; \frac{2}{6}; \frac{3}{6}; \frac{4}{6}; \frac{5}{6}$

$\rightarrow$ 1; 2; 3; 4; 5

$\therefore$ Hay 2 fracciones irreductibles.

Rpta.: 2

4. ¿Cuántas fracciones impropias hay de la forma $\frac{18}{N}$?

Resolución

$\frac{18}{N} \rightarrow$ impropia $\Rightarrow N < 18 \wedge 18 \neq \overset{o}{N}$

$N = \cancel{1}; \cancel{2}; \cancel{3}; 4; 5; \cancel{6}; 7; \cancel{9}; \ldots; 17$

N.º de valores $= 17 - 5 = 12$

Rpta.: 12

5. ¿Qué parte del día ha transcurrido si son las 2:00 p. m.?

Resolución

1 día <> 24 h

$\underbrace{\infty \qquad 14\,h}_{\text{h. transcurridas}} \qquad 24$ 2:00 p. m.<>14 h

$\Rightarrow \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$

Rpta.: $\frac{7}{12}$

Desarrollo en clase

Nivel I

1. Señale mediante flechas según corresponda.

a.

Fracción propia •

Fracción impropia •

- $\frac{3}{5}$
- $\frac{2}{6}$
- $\frac{7}{3}$
- $\frac{11}{5}$
- $\frac{12}{15}$

b.

Fracción irreductible •

Fracción reductible •

- $\frac{2}{8}$
- $\frac{15}{21}$
- $\frac{7}{9}$
- $\frac{8}{17}$

2. ¿Cuántas fracciones propias e irreductibles de la forma $\frac{N}{18}$ existen?

Resolución

Nivel II

3. Eva ha comprado tres cuartos de kilogramos de limones y Johana ha comprado dos tercios de kilogramo de limones. ¿Quién ha comprado más limones?

Resolución

4. Carmen compró $3\frac{1}{2}$ kg de harina y utilizó $1\frac{3}{4}$ kg para preparar una torta. ¿Cuánta harina le quedó?

Resolución

5. Camila compro $2\frac{1}{5}$ kg de Jamón inglés y $4\frac{1}{6}$ kg de jamón del país. ¿Cuántos kilogramos de jamón compró en total?

Resolución

Nivel III

6. Halle la fracción equivalente a $\frac{6}{10}$ cuya suma de términos es 48. Dé como respuesta el numerador.

Resolución

7. Tengo 560 soles gasto los $\frac{2}{7}$ en comprar un par de zapatillas; también gasto los $\frac{3}{8}$ en comprar una camisa y un pantalón. ¿Cuánto me queda?

Resolución

Sigo prácticando

1. Halle cuántas fracciones irreductibles, cuyo denominador es 4, hay entre 0 y 1.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

2. ¿Cuántas fracciones son impropias?

$$\frac{3}{5};\frac{11}{2};\frac{13}{14};\frac{17}{2}$$

A) 1 B) 3 C) 4
D) 0 E) 2

3. Patty compra 2 kg de pollo y cada kg cuesta 3/5 de S/20, también compra 3 kg de maíz y cada kg cuesta 2/7 de S/14. ¿Cuánto gastó en toda la compra?

A) S/18 B) S/28 C) S/36
D) S/24 E) S/20

4. Juan pintó una pared y utilizó los 2/3 del tarro de pintura y Pedro utilizó el mismo tarro utilizando la cuarta parte del total de pintura. ¿Qué parte del total de pintura queda?

A) $\frac{11}{12}$ B) $\frac{7}{12}$ C) $\frac{1}{12}$
D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{4}{12}$

5. ¿Cuál es la fracción equivalente a $\frac{7}{5}$ tal que su producto de términos es 1260?

A) $\frac{30}{35}$ B) $\frac{37}{35}$ C) $\frac{35}{25}$
D) $\frac{35}{20}$ E) $\frac{42}{30}$

6. Calcule A+B si

$$A=\frac{2}{8}\times\frac{7}{2}\times\frac{1}{14} \text{ y } B=\frac{13}{5}\times\frac{5}{16}$$

A) $\frac{7}{8}$ B) $\frac{14}{15}$ C) $\frac{12}{8}$
D) $\frac{12}{16}$ E) $\frac{7}{16}$

7. Determine la fracción equivalente a 2/5, donde la suma de sus términos sea 35.

A) $\frac{14}{30}$ B) $\frac{10}{25}$ C) $\frac{15}{20}$
D) $\frac{18}{17}$ E) $\frac{10}{30}$

Exigimos más

Nivel I

1. Marcelo compró $1\frac{1}{3}$ kg de papa, también compró $2\frac{2}{5}$ de camote. Si todo lo puso en una sola bolsa y solo compró papa y camote, ¿cuánto de peso está cargando?

A) 1/5 B) 23/15 C) 56/15
D) 56/5 E) 28/3

2. Johana ha comprado $5\frac{3}{4}$ litros de gaseosa y Percy ha comprado $5\frac{2}{5}$ litros de gaseosa. ¿Quién compró más gaseosa y cuánto más?

A) Percy; $\frac{1}{20}$ B) Johana; $\frac{3}{20}$ C) Percy; $\frac{7}{20}$
D) Johana; $\frac{7}{20}$ E) Johana; $\frac{1}{20}$

3. ¿Cuál de las siguientes fracciones es reductible?

A) $\frac{12}{17}$ B) $\frac{15}{26}$ C) $\frac{21}{31}$
D) $\frac{37}{111}$ E) $\frac{9}{16}$

4. ¿Cuántas fracciones impropias hay de la forma $\frac{15}{N}$?

A) 10 B) 12 C) 11
D) 15 E) 16

Nivel II

5. Halle la fracción equivalente a $\frac{2}{5}$ si su denominador es 250.

A) $\frac{150}{250}$ B) $\frac{300}{250}$ C) $\frac{200}{250}$
D) $\frac{100}{250}$ E) $\frac{350}{250}$

6. Tengo los $\frac{3}{7}$ de S/ 147 y gasto los $\frac{2}{5}$ de S/100. ¿Cuánto me queda?

A) S/13 B) S/23 C) S/31
D) S/21 E) S/18

7. ¿Cuál es la fracción equivalente a $\frac{7}{3}$ tal que la diferencia de sus términos sea 80?

A) $\frac{140}{60}$ B) $\frac{160}{70}$ C) $\frac{130}{50}$
D) $\frac{98}{42}$ E) $\frac{95}{15}$

8. Tengo S/840, gasto $\frac{3}{7}$ en comprar un equipo de sonido y también gasto los $\frac{5}{12}$ en comprar un Play Station III. ¿Cuánto me queda?

A) S/120 B) S/200 C) S/130
D) S/150 E) S/220

Nivel III

9. César tiene S/780 y gasta los $\frac{2}{3}$ de S/78, luego gasta en la mensualidad de su hijo los $\frac{3}{8}$ de S/240. ¿Cuánto le queda?

A) S/ 638 B) S/ 639 C) S/ 949
D) S/ 820 E) S/ 883

10. Pamela ha pintado cinco sétimos de una pared y José ha pintado dos octavos de está misma pared. ¿Quién ha pintado más de la pared y cuánto más?

A) José; $\frac{13}{28}$ B) Pamela; $\frac{1}{14}$ C) José; $\frac{15}{28}$
D) Pamela; $\frac{1}{7}$ E) Pamela; $\frac{13}{28}$

NÚMEROS RACIONALES II

CAPÍTULO 3

MATEMÁTICA

Aprendizajes esperados

- Expresa una fracción de forma lineal.
- Halla la fracción generatriz de un número decimal.

Helicocuriosidades

Números decimales

Un poco de historia

¿Cómo surgió nuestra manera de escribir decimales?

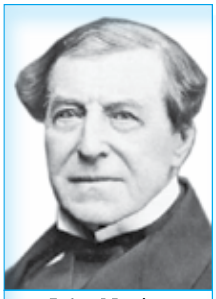
Nuestra escritura decimal es consecuencia directa de la utilización de fracciones decimales (con denominador 10 o potencia de 10). Durante bastante tiempo se utilizaron fundamentalmente fracciones sexagesimales (de denominador 60). Un defensor de las fracciones decimales fue **Francois Viète** (1540-1603). En 1579, en uno de sus trabajos escribe 141421' 35624 como $141421.^{35624}$. Unas páginas más adelante escribe 314159'26535 como $314159.\frac{26535}{10000}$ y un poco más adelante escribe este mismo número **314159.**26535, con la parte entera de la fraccionaria, es decir, **314159**26535.

Francois Viète (1540-1603)

Sin embargo, no fue Viète, sino el flamenco **Simon Stevin**, quien en 1585 acometió la tarea de explicarlas con todo detalle y de una manera muy elemental, el verdadero propagador de la utilización de fracciones decimales.

Simon Stevin (1548-1620)

En 1616 en la traducción al inglés de una obra del escocés **John Napier** (1550-1617), las fracciones decimales aparecen tal como las escribíamos años atrás, como un punto decimal para separar la parte entera de la fraccionaria. **Napier** propuso un punto o una coma como signo de separación decimal: el punto decimal se consagró en países anglosajones, pero en muchos otros países europeos como por ejemplo España, se utiliza la coma decimal. Actualmente la coma decimal se utiliza de manera oficial en todos los países del mundo.



John Napier (1550-1617)

Helicoteoría

Número decimal

Es la expresión lineal de una fracción y se obtiene dividiendo el numerador de dicha fracción.

Ejemplo

Sea la fracción $\frac{3}{8}$, entonces

$$\begin{array}{r|l} 3 & 8 \\ \underline{24} & \overline{0{,}375} \\ 60 & \\ \underline{56} & \\ 40 & \\ \underline{40} & \\ -- & \end{array}$$

Luego: $\frac{3}{8} = \overbrace{0{,}375}^{\text{Número decimal}}$

Parte entera → 0; Parte no entera (aval) → 375

Observación

La parte entera en un número decimal también puede ser $\neq 0$.

Por ejemplo: $\frac{12}{5} = 2{,}4$

Clasificación de los números decimales

1. Número decimal exacto

Es aquel que posee una cantidad limitada de cifras en la parte decimal.

Ejemplos

- 0,4
- 0,27
- 0,135

Fracción generatriz de un número decimal exacto

Es aquella fracción donde su numerador está formado por todas las cifras decimales y su denominador será la unidad seguido de tantos ceros como cifras decimales tenga el número decimal.

Ejemplos

- $0{,}\underbrace{4}_{\text{1 cifra decimal}} = \frac{4}{\underbrace{10}_{\text{1 cifra cero}}}$
- $0{,}\underbrace{27}_{\text{2 cifras decimales}} = \frac{27}{\underbrace{100}_{\text{2 cifras cero}}}$

En general

$$\boxed{0{,}\underbrace{\overline{abc\ldots z}}_{\text{N.º de cifras}} = \frac{\overline{abc\ldots}}{\underbrace{1000}_{\text{N.º de cifras}}}}$$

Sabía que...

- Si se divide la unidad en 10 partes iguales se lee

  $\frac{1}{10} \rightarrow$ un décimo

- Si se divide la unidad en 100 partes iguales se lee

  $\frac{1}{100} \rightarrow$ un centésimo

- Entonces decir, si se divide la unidad en 10 000 partes iguales, ¿cómo se lee?

  _____

2. Número decimal inexacto

Es aquel que posee una cantidad ilimitada de cifras en la parte decimal.

2.1. Periódico puro

Cuando todas las cifras decimales se repiten indefinidamente de forma periódica.

Ejemplos

- $0{,}666\ldots = 0{,}\widehat{6}$
- $0{,}181818\ldots = 0{,}\widehat{18}$
- $0{,}321321\ldots = 0{,}\widehat{321}$

Recuerda

Tener en cuenta si la parte entera es $\neq 0$.

- $7{,}3 = \frac{73}{10}$
- $2{,}\widehat{5} = \frac{25-2}{9} = \frac{23}{9}$

Fracción generatriz de un número decimal inexacto periódico puro

Es aquella fracción donde su numerador está formado por todas las cifras del periodo y su denominador serán tantos nueves como cifras tenga el periodo.

Ejemplos

- $\underbrace{0,\overset{\frown}{6}}_{\text{1 cifra periódica}} = \dfrac{6}{9} \rightarrow$ 1 nueve

- $\underbrace{0,\overset{\frown}{18}}_{\text{2 cifras periódicas}} = \dfrac{18}{99} \rightarrow$ 2 nueves

En general

$$\boxed{0,\overset{\frown}{abc\ldots z} = \frac{\overline{abc\ldots z}}{999\ldots 9}}$$

2.2. Periódico mixto

Cuando en la parte decimal hay cifras no periódicas y periódicas.

- $0,1\overset{\frown}{7} = 0,1777\ldots$
- $0,2818181\ldots = 0,2\overset{\frown}{81}$
- $0,13\overset{\frown}{25} = 0,132525\ldots$

Fracción generatriz de un número decimal inexacto periódico mixto

Es aquella fracción donde su numerador está formado por toda la parte decimal menos la parte no periódica y su denominador estará formado por tantos nueves como cifras periódicas tenga seguido de tantos ceros como cifras no periódicas tenga dicho número decimal.

Ejemplos

- $0,1\overset{\frown}{7} = \dfrac{17-1}{90}$

  1 cifra no periódica; 1 cifra periódica; 1 cifra nueve; 1 cifra cero

- $0,2\overset{\frown}{81} = \dfrac{281-2}{990}$

  1 cifra no periódica; 2 cifras periódicas; 2 cifras nueve; 1 cifra cero

En general

$$0,\underbrace{\overline{m\ldots n}}_{\text{Cantidad de ceros}}\underbrace{\overset{\frown}{ab\ldots z}}_{\text{Cantidad de nueves}} = \frac{\overline{m\ldots z} - \overline{m\ldots n}}{99\ldots 9000\ldots 0}$$

Recuerda

Para sumar o restar números decimales, la coma decimal debe estar en la misma dirección y la cantidad de cifras decimales tiene que ser la misma.

- 2,5 + 3,71 + 1,2

  2,5**0** +
  3,71
  1,2**0**
  7,41

- 18,43 – 7,112

  18,43**0** –
  7,112
  11,318

- 2,71 x 3,2 ⟶ Total de 3 cifras decimales

  2,71 x
  3,2
  542
  813
  8,672

Multiplicando por 10, 100,...

- $3,7 \times 10 = 37$
- $8,21 \times 10 = 82,1$
- $21,145 \times 100 = 2114,5$
- $35,2 \times 100 = 3520$

Dividiendo entre 10, 100,...

- $3,7 \div 10 = 0,37$
- $8,21 \div 100 = 0,0821$
- $35,2 \div 100 = 0,352$

Helicosíntesis

NÚMEROS DECIMALES
Expresión lineal de una fracción

- **Decimal exacto**
  Cantidad de cifras decimales limitada
  - **Fracción generatriz**
    $\overline{0,\underbrace{ab\ldots m}_{x\text{ cifras}}} = \dfrac{\overline{ab\ldots m}}{\underbrace{100\ldots0}_{x\text{ ceros}}}$
- **Decimal inexacto**
  Cantidad de cifras decimales ilimitada
  - **D. I. periódico puro - Fracción generatriz**
    $0,\underbrace{\widehat{abc\ldots m}}_{x\text{ cifras}} = \dfrac{\overline{abc\ldots m}}{\underbrace{999\ldots9}_{x\text{ nueves}}}$
  - **D. I. periódico mixto - Fracción generatriz**
    $0,\underbrace{\overline{abc\ldots m}}_{x\text{ cifras}}\underbrace{\widehat{p\ldots n}}_{y\text{ cifras}} = \dfrac{\overline{ab\ldots n}-\overline{ab\ldots m}}{\underbrace{99\ldots9}_{x\text{ nueves}}\underbrace{00\ldots0}_{y\text{ cifras}}}$

Problemas resueltos

1. Calcule $a+b$ si $0,a\widehat{b} = \dfrac{22}{45}$.

Resolución

Hallando la generatriz de $0,a\widehat{b}$.

$$\begin{array}{r|l} 220 & 45 \\ \hline 180 & 0,488\ldots \\ \hline -400 & \\ 360 & \\ \hline -400 & \\ 360 & \\ \hline -40 & \\ \vdots & \end{array}$$

$$\underbrace{\frac{22}{45}}_{0,a\widehat{b}=0,4\widehat{8}} = 0,4\widehat{8}$$

$\therefore\ a+b = 10$

Rpta.: 12

2. Calcule $a+m$ si $0,\widehat{6a} = \dfrac{m}{11}$.

Resolución

Hallando la generatriz de $0,\widehat{6a}$.

$$\frac{\overline{6a}}{99} = \frac{m}{11} \rightarrow \overline{6a} = 9m$$

$$\overline{6a} \rightarrow 3 \qquad m \rightarrow 7$$

$\therefore\ a+m = 10$

Rpta.: 10

3. Efectúe $I = \dfrac{0,\widehat{9}+0,\widehat{6}}{0,\widehat{7}-0,\widehat{4}}$.

Resolución

$$I = \frac{\frac{9}{9}+\frac{6}{9}}{\frac{7}{9}-\frac{4}{9}}$$

$$I = \frac{\frac{15}{9}}{\frac{3}{5}} = 5$$

Rpta.: 5

4. Si $\frac{a}{b}$ es irreductible, además $\frac{a}{b} = 0{,}25$, calcule $a+b$.

Resolución

$$\frac{a}{b} = \frac{25}{100} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{4} \rightarrow \begin{matrix} a = 1 \\ b = 4 \end{matrix}$$

$$\therefore\ a+b = 5$$

Rpta.: 5

5. Si $\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{0{,}\widehat{4}}{0{,}\widehat{6}} \times \frac{6}{9}}$, calcule $a+b$.

Resolución

$$\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{\frac{4}{9}}{\frac{6}{9}} \times \frac{6}{9}} = \sqrt{\frac{4}{6} \times \frac{6}{9}}$$

$$\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$a = 2$$

$$b = 3$$

$$\therefore\ a+b = 5$$

Rpta.: 5

Desarrollo en clase

Nivel I

1. Si el kilo de limones cuesta S/1,80, ¿cuánto pagaré por tres kilos y medio?

Resolución

2. María compra 2 kilos de naranjas a S/7,5. ¿Cuánto cuesta cada kilo?

Resolución

4. Don Juan tenía en su bodega 48,25 kg de arroz, consumió 12,75 kg y el resto lo vendió a S/2,80 el kg. ¿Cuánto dinero obtuvo por la venta?

Resolución

5. Calcule $a+b$ si

$$0,\overline{ab} = \frac{19}{25}$$

Resolución

Nivel II

3. Encuentre el resultado de

$$2,\widehat{5} + 3,\widehat{1} + 0,\widehat{3} + 2,\widehat{7}$$

Resolución

Nivel III

6. Si $\frac{a}{b}$ es una fracción irreductible, además $\frac{a}{b} = 0,1\widehat{2}$, calcule $b-a$.

Resolución

7. Una ama de casa va a comprar al mercado y encuentra los siguientes precios:

1 kg de arroz $\rightarrow$ S/3,50

1 kg de azúcar $\rightarrow$ S/2,30

1 kg de papas $\rightarrow$ S/2,20

Si desea comprar 5 kg de arroz, 3 kg de azúcar y 5 kg de papas

a. ¿cuánto gastó al hacer dicha compra?

b. si paga con S/50, ¿cuál será su vuelto?

Resolución

8. Cuál es fracción equivalente a

$$0{,}12 + 0{,}333\ldots + 0{,}5822\ldots$$

Resolución

Sigo prácticando

1. El costo de hacer un libro es de \$1,13 por la impresión, \$0,56 por el papel y \$0,39 por la pasta. ¿Cuál es el costo del libro en nuevos soles si el cambio es de S/3,35 por dólar?

A) S/6,418 B) S/6,848 C) S/6,968
D) S/6,352 E) S/6,318

2. El precio de una galleta es de 0,95 soles 2. y el precio de un gorro es de 12,20 soles. ¿Cuánto gasta en total si compra la galleta y el gorro?

A) S/13,18 B) S/13,15 C) S/12,15
D) S/13,25 E) S/13,35

3. Cada día Marita ahorra S/2,75. ¿Cuánto dinero ahorrará en 31 días?

A) S/85,35 B) S/84,25 C) S/85,15
D) S/85,25 E) S/86,35

4. Si $\frac{a}{b}$ es irreductible, calcule $a+b$. Además, $\frac{a}{b} = 0{,}\widehat{3}$.

A) 4 B) 1 C) 12
D) 3 E) 2

5. En un minuto, un avestruz puede correr 1,12 km y un pingüino corre 0,75 km en 10 minutos. En un minuto, ¿cuánto más habrá recorrido el avestruz que el pingüino?

A) 1,45 km B) 1,045 km C) 1,55 km
D) 1,85 km E) 1,025 km

6. Al comprar un pantalón por S/32,50, una cartera por S/16,00 y una blusa por S/21,75, ¿cuánto se tuvo que pagar por todas las compras?

A) S/80,35 B) S/44,25 C) S/90,45
D) S/70,25 E) S/69,35

Si $\frac{m}{n}$ es irreductible, calcule $m+n$. Además, $\frac{m}{n} = 0{,}2\widehat{5}$.

A) 113 B) 53 C) 47
D) 73 E) 37

Exigimos más

Nivel I

1. Halle la fracción generatriz de

$$f = \frac{(325 \div 100) + 0,251 \times 100}{0,35 \times 10 + 2,5 \times 10}$$

A) $\frac{57}{56}$ B) $\frac{567}{570}$ C) $\frac{560}{57}$

D) $\frac{575}{576}$ E) $\frac{570}{575}$

2. El precio de un polo es S/23,5 y una camisa es S/57,2. Si compro 3 polos y 2 camisas, ¿cuánto me dieron de vuelto si pague con un billete de S/200?

A) S/15 B) S/16,10 C) S/15,1

D) S/18,2 E) S/15,20

3. Halle la fracción generatriz en cada caso y dé como respuesta la suma de los denominadores.

- $8,2\widehat{7}$ = _____
- $5,\widehat{38}$ = _____
- 7,28 = _____

A) 132 B) 142 C) 152

D) 162 E) 172

4. Don Pepé tenía en su bodega 51,23 kg de azúcar, consumió 17,25 kg y el resto lo vendió a S/3,20 el kg. ¿Cuánto dinero obtuvo por la venta?

A) S/109 B) S/108,73 C) S/108,736

D) S/109,7 E) S/108

Nivel II

5. Halle la fracción generatriz de

$$0,3\widehat{5} + 2,\widehat{51} + 0,8\widehat{87}$$

A) $\frac{1963}{990}$ B) $\frac{196}{99}$ C) $\frac{1965}{990}$

D) $\frac{1765}{990}$ E) $\frac{3721}{990}$

6. Calcule $0,2\widehat{5} + 0,\widehat{4} - 0,\widehat{1}$.

A) $\frac{41}{90}$ B) $\frac{42}{90}$ C) $\frac{53}{90}$

D) $\frac{43}{90}$ E) $\frac{21}{9}$

7. Sea $0,\widehat{ab} = \frac{6}{11}$. Calcule $a + b$.

A) 14 B) 13 C) 9

D) 16 E) 15

8. Un rollo de tela mide 85,30 metros y se corta en tres pedazos, uno mide 15,52 m, el segundo mide 8,35 m y el último pedazo mide 36,70 m. ¿Cuánto mide el trozo de tela que quedó?

A) 23,72 m B) 24,83 m C) 23,42 m

D) 23,83 m E) 24,73 m

Nivel III

9. La cuadra donde está mi casa mide 102,5 m de largo y 42,7 m de ancho. ¿Qué distancia recorreré si doy 6 vueltas?

A) 1842,4 m B) 1732,6 m C) 1688,6 m

D) 1612,6 m E) 1742,4 m

10. Sea $\frac{a}{b} = 0,1\widehat{21}$. Calcule $a + b$ si $\frac{a}{b}$ es irreductible.

A) 31 B) 36 C) 37

D) 38 E) 39